

2022-1

1. Dadas las funciones

$$f(x) = 4x^3(3-2x)^4, \quad g(x) = \frac{5x-5}{\sqrt{10+3x}}$$

- (a) (2 ptos) Utilice las reglas de derivación para hallar $f'(x)$.
- (b) (1.5 ptos) Halle la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x = 2$.
- (c) (2 ptos) Utilice las reglas de derivación para hallar $g'(x)$.
- (d) (1.5 ptos) Halle la ecuación de la recta normal al gráfico de g en el punto de abscisa $x = -3$.

2. El tamaño de la población de una comunidad (en miles de habitantes), t años después de su fundación, se puede modelar mediante la función

$$P(t) = 14 + \frac{5t^2 + 1}{2t^2 + 3t + 2}.$$

- (a) (1 pto) Determine cuál fue la población inicial de esta comunidad.
- (b) (2 ptos) Calcule $P'(3)$ e interprete el resultado obtenido.
- (c) (2 ptos) Halle la asíntota horizontal de la gráfica de la función P e interprete el resultado.

3. Dada la función

$$f(x) = 5x^2 - 7x,$$

halle $f'(4)$ mediante la definición de derivada.

4. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{9} - 8 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) & , \quad -6 < x < -3 \\ 2x^2 + 4x - 5 & , \quad -3 \leq x \leq 2 \\ 11 - x^3 + 4x & , \quad 2 < x \leq 12 \end{cases}$$

- (a) (2 ptos) Determine si f es continua en $x = -3$.
- (b) (3 ptos) Determine si f es derivable en $x = 2$.

2024-1

1. Dadas las funciones

$$f(x) = (x^2 - 7x) \sqrt[3]{5x^2 + 3} + \frac{(x^2 - 2x)^2}{2x - 1}$$

- a) (4 ptos) Utilice las reglas de derivación para hallar $f'(x)$.
- b) (1 pto) Halle la ecuación de la recta normal al gráfico de f en el punto de abscisa $x = 1$.

lución.

2. El número de habitantes de una comunidad t años después de su fundación es

$$P(t) = \frac{100 + 5t\sqrt{t^2 + 16}}{t + 1} \quad \text{miles de habitantes.}$$

- a) (1 pto) ¿Cuál fue la población inicial de dicha comunidad?
 - b) (2 ptos) Utilice las reglas de derivación para hallar $P'(t)$.
 - c) (1.5 ptos) Determine a qué ritmo variaba la población de dicha comunidad tres años después de su fundación.
 - d) (1.5 ptos) Calcule $P'(8)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.
3. (3 ptos) Dada la función

$$f(x) = \sqrt{3 - 2x},$$

halle $f'(1)$ mediante la definición de derivada.

4. (6 ptos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-20x - 40}{4 - x^2} & , \quad x < -2 \\ Ax^2 + Bx - 5 & , \quad -2 \leq x \leq 1 \\ Cx^3 + 3x - 2 & , \quad x > 1 \end{cases}$$

halle los valores de las constantes A , B y C , sabiendo que f es continua en $x = -2$ y derivable en $x = 1$.

2017-2

1. (10 ptos.) Dadas las funciones f y g , tales que:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x-1}{x+7}} \quad ; \quad g(x) = \sqrt{x^2+2} (x^3-1)^3$$

- a) (4 ptos.) Determine $f'(x)$.
 - b) (4 ptos.) Determine $g'(x)$.
 - c) (2 ptos.) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto donde $x = 1$.
2. (6 ptos.) La temperatura de una persona que presenta un problema de fiebre corporal, medida en grados centígrados a las x horas del día, se modela mediante la siguiente función:

$$T(x) = 35 + \frac{3x}{20-x}, \quad \text{donde } 8 \leq x \leq 13$$

- a) (2 ptos.) Calcule e interprete $T(8)$.
- b) (4 ptos.) Halle e interprete $T'(10)$ y $T'(12)$.

3. (4 ptos.) Utilice la definición para determinar $f'(x)$, si

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x-3}$$

2018-1

1.- a) Dada la función $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2 - 5x + 5}}{x-2} + (x^2 - 3x)(\sqrt{x+1} - x)$:

i) (3,5 puntos) Utilizando las reglas de derivación halle $f'(x)$.

ii) (1,5puntos) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el punto de abscisa $x=3$.

b) Dada la función $f(x) = (x^2 - 1)\left(\frac{2}{x} + x + 1\right)^3 + (x^3 - 2x^2 + x - 1)^{-1} + \frac{x^2 - x}{x+1}$:

i) (3,5puntos) Utilizando las reglas de derivación halle $f'(x)$.

ii) (1,5puntos) Determine la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función dada en el punto de abscisa $x=1$.

2.- (4puntos) Dada la función $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4}$, utilice la definición de derivada para calcular $f'(2)$.

3.- La demanda de un artículo informático al transcurrir t meses de lanzado el producto, está modelado por la función

$$D(t) = \frac{24}{2 + \sqrt{t^2 + 11}} \text{ en miles de unidades.}$$

a) (2puntos) Calcule $D(5)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.

b) (2puntos) Calcule $D'(5)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.

c) (2puntos) ¿Qué ocurre a largo plazo con la demanda de dicho artículo informático?

2018-2

1. a) Dada la función $f(x) = (3x^2 + 1)x^4 + (x^4 + 6x^3 + x - 6)\sqrt{x}$,
 - i. **(3ptos)** Usando las reglas y fórmulas de derivación, halle $f'(x)$.
 - ii. **(1ptos)** Determine la ecuación de la recta normal en el punto de abscisa $x = 1$.

b) Dada la función

$$g(x) = \frac{x+2}{2x^2-1} + 3(\sqrt{2x+9}),$$

- i. **(3ptos)** Usando las reglas y fórmulas de derivación, halle $g'(x)$.
 - ii. **(1ptos)** Determine la ecuación de la recta tangente en el punto $P(0; 7)$.
2. Supongamos que el peso de un individuo ($P(t)$), como una función del tiempo (t) viene dada por

$$P(t) = \frac{21(t+1)}{t+7} \text{ (en kilos)}, \quad t \geq 0 \text{ (años)}$$

- a) **(1pto)** Calcule $P(5)$ e interprete el resultado.
 - b) **(2ptos)** Calcule $P'(20)$ e interprete el resultado.
3. **(3 ptos.)** Use la definición de derivada para calcular la derivada de la función

$$f(x) = -3 + \sqrt{2x-1}$$

en el punto $x = 5$.

4. **(6 ptos.)** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a^4 - a^3x}{2a^2 - 2x^2}, & x < a \\ \frac{bx^2 - ax + ca^2}{4}, & a \leq x < 0 \\ c(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$$

Si la función f es continua en $x = a$ y derivable en $x = 0$, determine los valores de las constantes a , b y c .

2019-1

1. Dadas las funciones

$$f(x) = (x^2 - 3x) \left(\frac{4x - 5x^2}{2 - 7x} \right)^3 + \sqrt{20x^2 - \frac{8x-1}{1-2x^3}}$$

- (a) **(6 puntos)** Calcule $f'(x)$.
- (b) **(2 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 0$.

2. De acuerdo a estudios realizados, la población de cierta especie de aves en un parque nacional, t años después del 1 de enero de 2011, se estima en

$$P(t) = 2 + \frac{50}{10 + 9t - t^2} \text{ miles de aves.}$$

- (a) (2 puntos) Calcule $P(8)$ e interprete el resultado obtenido.
 (b) (2 puntos) ¿A qué ritmo variaba la población de estas aves el 1 de enero de 2014?
 (c) (2 puntos) ¿A qué ritmo variaba la población de estas aves el 1 de enero de 2019?
 (d) (2 puntos) Con la información obtenida en las preguntas (a) y (c), ¿cuál será la población de estas aves el 1 de enero de 2020?

3. (4 puntos) Dada la función

$$f(x) = 5 + \sqrt{6x + 12},$$

use la definición de derivada para calcular $f'(4)$.

2016-1

3. (3 pts.) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2} + 2x, & x < -1 \\ -x^2 + 2bx + 2, & -1 \leq x < 4 \\ \sqrt{cx} - 8, & x \geq 4 \end{cases}$$

Si f es continua en $x = 4$ y derivable en $x = -1$, halle los valores de las constantes a , b y c .

4. Esta pregunta tiene dos partes independientes.

- a) (3 pts.) Halle la derivada de segundo orden de la función

$$f(x) = \frac{3x - 2}{(x + 5)^2}$$

5. (3 pts.) Las autoridades del Ministerio de Salud estiman que, cuando se invierten x millones de soles en el control de una epidemia de dengue, el porcentaje de la población que se recupera de esta enfermedad es dado por

$$P(x) = \frac{25x^2}{0,25x^2 + 19}$$

- i) Calcule $P(4)$ e interprete el resultado.
 ii) Halle $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.
 iii) Calcule $P'(3)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.

2016-2

2. (4 ptos.) Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x}, & x \leq 0 \\ \frac{cx}{x^2-2x}, & 0 < x < 3, x \neq 2 \\ a x^2 + 2bx - 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

Halle los valores de las constantes a, b y c para que f sea continua en $x = 0$ y derivable en $x = 3$.

3. Esta pregunta tiene dos partes independientes.

a) (2,5 ptos.) Dada la función $f(x) = 2\sqrt{x+3} - 1$, use la definición de derivada para calcular $f'(1)$.

b) Sea f la función dada por

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x+1} + \frac{1}{x^4} - x^2 \left(\sqrt[3]{x^4 + 3x^2 + 4} \right)$$

i) (2,5 ptos.) Utilice reglas de derivación y halle $f'(x)$.

ii) (1 pto.) Determine la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

4. El gerente de una empresa que vende productos agrícolas estima que la cantidad vendida $q(t)$ (en kilogramos) de un cierto producto en el tiempo t (en meses) está dada por

$$q(t) = \frac{5120 t}{\sqrt{t^2 - 4t + 19}}, \quad t \geq 0$$

a) (1 pto.) Calcule $q(9)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.

b) (2 ptos.) Calcule $q'(9)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.

2017-0

2. (4 ptos.) Sea la función

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2^a(\sqrt{8-2x}-2)}{x-2}, & 0 < x < 2 \\ 2^{x-1} - 4, & 2 \leq x < 3 \\ x - \log_3(b), & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Si g es continua en $x = 2$ y $x = 3$, halle los valores de las constantes a y b .

3. (2 ptos.) dada la función $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$, calcule $f'(2)$ utilizando la definición de derivada.

4. Sea la función

$$h(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 - 4x + 5}} - \frac{24x}{25}$$

- a) (2 ptos.) Use las reglas y fórmulas de derivación y halle $h'(x)$.
- b) (1 pto.) Calcule $h'(0)$.

5. En el distrito de Acari, provincia de Caraveli, el número de mosquitos (en cientos de miles) que aparecen en la estación de verano en el tiempo t (en meses) es

$$M(t) = \frac{t^2 + 4}{t^2 - 3t + 4}, \quad 0 \leq t \leq 3$$

donde $t = 0$ corresponde al mes de diciembre.

- a) (1 pto.) Calcule $M(0)$ e interprete el resultado.
 - b) (2 ptos.) Determine la razón de cambio del número de mosquitos en el mes de enero e interprete el resultado.
6. (2 ptos.) Halle la derivada de tercer orden de la función $f(x) = \sqrt{2x - 5}$ en el punto $x = 3$.

2017-1

1. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 2\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right), & -12 \leq x \leq -6 \\ 3 - 2\tan\left(\frac{\pi x}{12}\right), & -6 < x \leq 3 \\ 3 - 2\log_2(x+1), & 3 < x \leq 7 \end{cases}$$

- a) (3 ptos.) Trace su gráfica e indique su rango.
- b) (1 pto.) Determine los puntos de discontinuidad que presenta la gráfica de f , e indique el tipo.
Justifique su respuesta
- c) (1 pto.) Halle los intervalos de continuidad que presenta la gráfica de f .

3) (2 ptos.) Dada la función $f(x) = 1 - \sqrt{x+7}$, utilice la definición de derivada para calcular $f'(2)$.

4. (4 ptos.) Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-7}{3-x}, & x \leq -1 \\ ax^3 + 2bx - c, & -1 < x \leq 2 \\ \sqrt{x^2 + 5}, & x > 2 \end{cases}$$

Halle los valores de las constantes a , b y c , si f es continua en $x = -1$ y es derivable en $x = 2$.

6. (3 pts.) El administrador de una fábrica de envases estima que el costo (en soles) para producir latas con forma cilíndrica y capacidad para 26 pulg³ de gaseosa es

$$C(r) = \frac{5\pi r^2}{8} + \frac{65}{6r}$$

Donde r es la longitud del radio del cilindro.

- a) (1 pts.) Determine $C'(r)$.
b) (2 pts.) Calcule $C'(3)$ e interprete el resultado.

2017-2

- 3) (2 pts.) Dada la función $f(x) = \sqrt{4x-3}$, utilice la definición de derivada para calcular $f'(3)$.

4. (4 pts.) Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} 2b\sqrt[3]{x} - c(2^{2x-2}) - 1, & x \leq 1 \\ -\frac{2}{x} - cx^2 + b, & 1 < x < 2 \\ ax + b\sqrt{2x-3}, & x \geq 2 \end{cases}$$

Halle los valores de las constantes a , b y c , si f es continua en $x = 1$ y es derivable en $x = 2$.

6. (3 pts.) Cuando una persona bebe licor, el tiempo de permanencia del alcohol en la sangre depende principalmente de la cantidad de licor ingerida. Así, si se ingiere 1 vaso de whisky que contenga 30 mililitros de alcohol, el tiempo de permanencia en la sangre es, aproximadamente, 3 horas. Suponga que, en este caso, un modelo para expresar la cantidad C de alcohol (en mililitros) que hay en la sangre luego de t minutos de haber ingerido los 30 mililitros de alcohol es el siguiente:

$$C(t) = \frac{180t - t^2}{10 + t^2}, \quad 0 \leq t \leq 180$$

- a) (1 pts.) Calcule e interprete $C(10)$.
b) (1 pts.) Determine $C'(t)$.
c) (1 pts.) Calcule e interprete $C'(10)$.

2018-0

1. (4 pts.) Sea f una función definida por:

$$f(x) = (2x-1)\sqrt{x^2+8} + \frac{(x^2+1)^4}{x^2+7}$$

- a) (3 pts.) Determine $f'(x)$.
b) (1 pt.) Halle la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

- 3) (2 pts.) Dada la función f definida por $f(x) = \sqrt{3x+1}$, utilice la definición de derivada para calcular $f'(1)$.

4. (4 pts.) Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x} - ax^2 + b - 2, & x \leq 1 \quad \wedge \quad x \neq 0 \\ ax + b\sqrt{2x+2}, & x > 1 \end{cases}$$

Halle los valores de las constantes a y b , si f es derivable en $x = 1$.

2018-1

1. (3 ptos.) Halle $f'(x)$, si la función f está definida por

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{x^2+1} + 3(x^3-6)\sqrt[3]{x^2-3x} + \sqrt{\frac{2x-5}{x^2+4}}$$

No es necesario que simplifique la función derivada.

3. (5 ptos.) Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 + Bx, & x < 1 \\ 3 - \sqrt{2x-1}, & 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ \frac{4x^2 - 8x - 5}{2x-5} + C, & x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

Determine los valores de las constantes A , B y C , de modo que la función f sea continua en $x = 5/2$ y derivable en $x = 1$.

5. (3 ptos.) Suponga que la producción total de hortalizas en un campo de cultivo depende de la cantidad de nitrógeno N (en kg) que contiene el suelo. Si la producción total de hortalizas $H(N)$ viene dada por:

$$H(N) = \frac{N}{N^2 - N + 1} \text{ cientos de toneladas, } N \geq 0$$

- a) (1 pto.) Calcule $H(1/2)$ e interprete el resultado.
b) (2 ptos.) Calcule $H'(2)$ e interprete el resultado en el contexto del problema.

2018-2

2. (3,5 P) Considere la función f definida por

$$f(x) = 2x^2 \left(\frac{4x^2 + 9x + 5}{x+1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- a) (2 P) Determine la función derivada $f'(x)$ (No es necesario simplificar el resultado).
b) (1,5 P) Halle la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

3. (2 P) Dada la función f definida por $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$, utilice la definición de derivada en un punto para calcular $f'(1)$.

4. (3 P) Dada la función f definida por $f(x) = ax^3 - bx^2 + (a+1)x + c$, calcule las constantes reales a , b y c , si $f(1) = 8$, $f'(0) = 3$ y $f''(1) = 2$.

6. (5 P) El administrador de una fábrica textil estima que el costo (en soles) de producir x kilogramos de hilos de algodón de la mejor calidad está dado por

$$C(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2000, & 0 \leq x \leq 100 \\ \frac{ax}{x-50}, & 100 < x \leq 300 \end{cases}$$

- (1 P) Determine el valor de la constante a , si se sabe que la función costo es continua en $x = 100$.
- (3 P) Calcule $C'(50)$ y $C'(150)$ e interprete ambos resultados en el contexto del problema. En caso sea necesario, utilice el valor de la constante a encontrado.
- (1 P) ¿Se puede calcular la razón de cambio del costo cuando se producen 100 kilogramos de hilos de algodón? **Justifique su respuesta.**

2019-1

- (3 P) Dada $f(x) = \frac{5x+2}{x+1} + \sqrt[3]{5x-2} - x\sqrt{x^3-4} + 1$, halle $f'(x)$.
 - (1P) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 2$.

- (2 P) Sean $y = \sqrt{3x^2 + 9}$, $x = (2t - 1)^3 - 8t - 8$.

- (1,5 P) Utilice la regla de la cadena para determinar $\frac{dy}{dt}$.
- (0,5 P) Calcule $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=2}$.

- (4 P) Un paracaidista se lanza de un avión a 5000 metros de altitud, de manera que la altura a la que se encuentra después de t segundos está dada por

$$h(t) = \begin{cases} 5000 - 12t^2 + 160t, & \text{si } 0 \leq t \leq 25 \\ \frac{54080}{t+1} - 580, & \text{si } 25 < t \leq 51 \end{cases}$$

- (2 P) Calcule e interprete $h(15)$ y $h'(15)$.
 - (2 P) ¿Es posible calcular la razón de cambio con que varía la altura a la que se encuentra el paracaidista a los 25 segundos? Justifique su respuesta y si esta es afirmativa, calcule e interprete $h'(25)$.
- (5 P) Halle los valores de a , b y c para que la función f sea continua en $x = -1$ y derivable en $x = 2$, siendo:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+10} - 3}, & \text{si } -10 \leq x < -1 \\ 3ax^2 + 2bx, & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ ax^3 + bx + c, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

2. (4P) Dada la función f definida por

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 15} - 2\sqrt{x^2 + 1}}{x + 3}$$

a) (1P) Halle el dominio de la función f .

b) (3P) Halle las asíntotas verticales y horizontales de la función f .

3. (4P) Un trabajador labora en una empresa agroindustrial de lunes a sábado de 6:00 a 14:00 horas y se dedica a limpiar y empacar frutas para exportación. En un día típico, su nivel de productividad (en toneladas por hora) a las t horas de iniciada su labor es:

$$P(t) = \frac{t^2}{3 + 0,8t + 2t^2 + 0,2t^3} \quad 0 \leq t \leq 8$$

Calcule $P(3)$ y $P'(3)$, luego interprete cada resultado.

4. (4P) Una empresa utiliza m máquinas procesadoras para producir diariamente en total x sacos de arroz, donde $x = \sqrt[3]{15m^2 + 2457}$. El ingreso total diario I de la empresa en miles de soles por la comercialización de los x sacos de arroz está dado por

$$I = \frac{5x^2 + 8x + 107}{x + 7}$$

a) Utilice la regla de la cadena para calcular $\left. \frac{dI}{dm} \right|_{m=15}$

b) Interprete el resultado obtenido en la parte (a).

5. (5P) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{4}x^2 - bx + c, & x < -3 \\ \frac{x}{2} - a, & -3 \leq x \leq 3 \\ \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x^2 - 5x + 6}, & x > 3 \end{cases}$$

Si f es continua en $x = 3$ y derivable en $x = -3$, calcule los valores de a , b y c .

Ejercicio 6

En la figura adjunta se muestra la gráfica de una función f y la recta L_T tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x = 4$.

a) Calcule $f(4)$ y $f'(4)$.

b) Si $h(x) = \sqrt{5 + f(x)}$, halle $h'(4)$.

Solución

